

PROGRAMA DE MATEMÁTICA

11.º ANO DE ESCOLARIDADE

**COMPONENTE DE FORMAÇÃO ESPECÍFICA
ÁREA: CIÊNCIA E TECNOLOGIA & ECONÓMICA E SOCIAL
COMPONENTE DE FORMAÇÃO CIENTÍFICA
CURSOS TÉCNICO-PROFISSIONAL
VIA TÉCNICA**

ENSINO SECUNDÁRIO

PROGRAMA
DE
MATEMÁTICA

11.º ANO DE ESCOLARIDADE

(Versão Final)

Ficha Técnica

Título

Disciplina de Matemática – 11º Ano de Escolaridade

Editores/Autores

Ministério da Educação

Coordenação

Direção Nacional de Educação / Serviço de Desenvolvimento Curricular

Elaboração / Concetores

Idilton Brito

João Vaz

Lídia Santo

Elaboração / Validadores

Dina Tavares

Hugo Menino

Propriedade

Ministério da Educação

Palácio do Governo

C.P. 111

Tel.: +238 262 11 72 / 11 76

Cidade da Praia – Santiago

Data: junho de 2024

Índice

1	INTRODUÇÃO	5
1.1	Aprendizagens dos alunos no final do Ensino Secundário (9.º ao 12.º ano)	6
1.2	Articulação com o Ensino Básico	6
2	APRESENTAÇÃO, FINALIDADES E ORIENTAÇÕES GERAIS DA DISCIPLINA	9
2.1	Propósito da Disciplina no Ensino Secundário	9
2.2	Finalidades	10
2.3	Competências a desenvolver	11
2.4	Visão Geral dos Temas / Conteúdos	12
2.5	Indicações Metodológicas gerais	13
2.6	Indicações gerais para a Avaliação das Aprendizagens	16
3	ROTEIROS DE APRENDIZAGEM	18
3.1	Natureza e Roteiros de Aprendizagens	18
3.2	Roteiro de Aprendizagem e Indicadores de Avaliação do Programa do 11.º ano	20
4	RECURSOS EDUCATIVOS RECOMENDADOS	28
4.1	Uso de Tecnologias	28
4.1.1	Calculadoras Gráficas:	29
4.1.2	Folha de Cálculo:	30
4.1.3	Plataformas online:	30
4.1.4	Aplicativos Dinâmicos/Interativos:	31
4.2	Jogos na aprendizagem de Matemática	32
4.3	Sugestões de recursos educacionais para professores	33
5	BIBLIOGRAFIA CONSULTADA	34

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é uma disciplina fundamental e essencial no currículo escolar, pois desempenha um papel fundamental no desenvolvimento cognitivo dos alunos, estimulando o raciocínio lógico, a capacidade de resolução de problemas, a criatividade e o pensamento abstrato.

Além disso, a Matemática é uma disciplina universal, presente em diversas áreas do conhecimento e é uma ferramenta indispensável para a compreensão e interpretação do mundo que nos rodeia e para a tomada de decisões de forma informada.

No 11.º ano de escolaridade, a Matemática é estudada em profundidade, com o objetivo de preparar os alunos para o ensino superior e para o mercado de trabalho.

A contextualização da disciplina de Matemática é crucial para torná-la mais significativa e relevante para os alunos. Os conteúdos matemáticos devem ser explorados de forma aplicada, relacionando-os com situações reais do quotidiano, problemas práticos. O tema da Geometria é fundamental nas construções e projetos, e o tema das Funções tem diversas aplicações em outras disciplinas, como Física, Química, Biologia, Economia e Finanças. As conexões externas com outras áreas do saber permitem que as aprendizagens adquiridas em Matemática ajudem na compreensão, modelação e ação em vários contextos. De facto, as conexões externas mostram como a Matemática é uma disciplina poderosa que influencia todas as áreas do conhecimento.

A interação entre professores de Matemática e professores de outras disciplinas também é fundamental para estabelecer conexões entre os conteúdos e mostrar aos alunos como a Matemática é uma linguagem comum a todas as áreas do conhecimento.

A integração da Matemática no currículo é essencial para que os alunos compreendam de forma mais profunda conceitos, relações e ideias e se interessem pelos conteúdos. Isso pode ser favorecido por meio da utilização de tecnologias educacionais, como softwares de simulação, calculadoras gráficas, folhas de cálculo, jogos e aplicativos interativos, que ajudam os alunos na compreensão de conceitos, assim como, permitam uma aprendizagem mais dinâmica e colaborativa.

O presente programa estabelece um conjunto de conhecimentos e de capacidades essenciais que os alunos devem adquirir e desenvolver no decurso do 11.º ano de escolaridade, na disciplina de Matemática.

De acordo com o documento “Orientações gerais e estrutura para a elaboração dos programas das disciplinas do Ensino Secundário aprovado pelo Ministério da Educação”, o presente programa encontra-se estruturado em 5 secções. Depois desta secção introdutória, seguem-se as secções centrais cujo conteúdo é resumido em seguida.

A segunda secção destaca as finalidades e as orientações gerais da disciplina, apresentando os temas/conteúdos e adicionalmente, são fornecidas orientações metodológicas e diretrizes gerais para a avaliação do processo de aprendizagem.

A terceira secção aborda a natureza e roteiros de aprendizagens, bem como os indicadores de avaliação do programa do 11.º ano.

Na quarta secção, são apresentadas sugestões de recursos educativos. Por fim, a secção final abrange a bibliografia consultada durante o desenvolvimento do programa.

1.1 Aprendizagens dos alunos no final do Ensino Secundário (9.º ao 12.º ano)

As aprendizagens essenciais da Matemática incluem os temas Geometria e Funções no 11.º ano e Estatística, Cálculo Combinatório, Probabilidades e Funções no 12.º ano.

As Aprendizagens Essenciais de Matemática no final do Ensino Secundário procuram proporcionar aos alunos uma sólida formação em Matemática, preparando-os para o prosseguimento dos estudos a nível superior, bem como para enfrentarem os desafios académicos e profissionais que envolvam habilidades matemáticas avançadas. As aprendizagens essenciais assumem a Lógica e a Teoria de Conjuntos como temas transversais e colocam no mesmo patamar de relevância a Resolução de Problemas, a História da Matemática e das Tecnologias, bem como a Modelação Matemática. A Teoria de Conjuntos e o rigor da linguagem sustentada pela lógica bivalente permeiam toda a execução do programa de Matemática do Ensino Secundário. A referência a figuras e episódios da história da Matemática é um importante suporte metodológico a que os professores devem recorrer com frequência. A modelação Matemática é um dos alvos próprios da Matemática no Ensino Secundário. Todos os temas e subtemas devem conduzir a competências em modelação de fenómenos físicos, naturais, sociais, científicos e artísticos (Ministério da Educação de Cabo Verde, 2021).

1.2 Articulação com o Ensino Básico

O raciocínio lógico, a resolução de problemas e o pensamento crítico são habilidades cruciais que podem ser desenvolvidas através do estudo da Matemática. Neste sentido,

uma articulação entre o ensino secundário e o ensino básico é um aspeto fundamental para o sucesso do processo educativo. A transição entre estas etapas de ensino é um momento fundamental na formação Matemática dos alunos, pois é quando conceitos e habilidades desenvolvidos anteriormente são consolidados e novos conteúdos mais complexos são introduzidos. Neste contexto adota-se uma abordagem em espiral, em que os diversos temas de aprendizagem são explorados ao longo de todos os anos de escolaridade com um aumento progressivo do grau de complexidade e de formalismo.

Em relação à **Geometria** os alunos introduziram no ensino básico a Geometria e Medida onde representaram e construíram figuras no plano e no espaço, descrevendo-as e identificando as suas propriedades. Ainda no básico ampliaram este estudo, dando atenção às figuras uni e bidimensionais, enfatizando-se a inter-relação espaço-plano e aprofundando o estudo de alguns sólidos geométricos e de figuras no plano, particularmente dos triângulos, quadriláteros e círculos, assim o estudo das relações de congruência. Introduziram a relação de semelhança, o Teorema de Pitágoras e as razões trigonométricas no triângulo retângulo. Foi aprofundado o estudo das transformações geométricas levando os alunos a aprofundarem o conceito de translação, associando-o a vetores.

Já no 9.º ano foram estudadas as relações de igualdade geométrica e a relação de semelhança, bem como as razões trigonométricas no triângulo retângulo. Também o estudo dos vetores foi aprofundado com a sua consideração num plano cartesiano.

No 10.º ano desenvolveu-se a Geometria Analítica iniciada no ensino básico com a introdução dos referenciais cartesianos planos e o estudo das equações cartesianas da reta. Foram abordados os temas: Geometria analítica no plano, onde introduziram o cálculo da distância entre pontos a partir das respetivas coordenadas, a equação cartesiana da circunferência; Cálculo vetorial no plano, onde se abordaram as coordenadas de um vetor, a norma, as propriedades inerentes às operações com vetores e a partir destas, a equação vetorial de uma reta e o sistema de equações paramétricas; Geometria analítica no espaço onde foram introduzidos os referenciais cartesianos no espaço e definidas equações de retas e planos no espaço, bem como, a equação cartesiana da superfície esférica e da esfera; o Cálculo vetorial no espaço, onde foram generalizados para o espaço, os conceitos abordados para o plano. Desta forma, foi permitindo aos alunos experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e demonstrar propriedades geométricas.

Após o estudo das razões trigonométricas dos ângulos agudos, realizado no Ensino Básico, no 11.º ano o início do domínio Trigonometria é consagrado a estabelecer uma definição para o seno e o cosseno de um qualquer ângulo convexo, justificando-se a escolha apresentada com a motivação de estender a ângulos internos retos e obtusos, a Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos e abordar-se o estudo dos ângulos orientados e

generalizados e respectivas medidas de amplitude. Na sequência do estudo de vetores iniciado no 8.º ano, introduz-se, no domínio de Geometria Analítica, a noção geométrica de produto escalar de vetores e as respectivas propriedades.

Em relação ao estudo de **Funções**, dá-se continuidade ao estudo de correspondências especiais, designadas Funções, que foram introduzidas no 8.º ano.

No 9.º ano a proporcionalidade direta e a proporcionalidade inversa foram estudadas como funções.

No 10.º ano foram introduzidas as funções reais de variável real e foram explorados os conceitos de monotonia, extremos e concavidade e ainda o estudo elementar das funções quadráticas, módulo e de funções definidas por ramos.

Relativamente ao domínio das Funções no 11.º ano, serão abordados os seguintes temas: Sucessões, Funções Trigonométricas, Funções Reais de Variável Real e Limites de funções, tendo em consideração os conteúdos abordados no ensino básico e nos 9.º e 10.º anos.

Todos os temas e conteúdos que se propõe abordar no 11.º ano apresentam-se mais à frente de forma detalhada.

2 APRESENTAÇÃO, FINALIDADES e ORIENTAÇÕES GERAIS DA DISCIPLINA

2.1 Propósito da Disciplina no Ensino Secundário

A Matemática está presente no nosso dia a dia, tanto a nível pessoal como a nível profissional e, em particular, está implicada nas competências transversais necessárias à formação dos cidadãos. Desta forma, e de acordo com os referenciais internacionais, a disciplina de Matemática deve estar presente no currículo de todas as áreas do ensino secundário, com o intuito de proporcionar aos alunos conhecimentos mais aprofundados dos conceitos que serão essenciais para aplicar no quotidiano, na atividade profissional e também no prosseguimento de estudos a nível do ensino superior.

No que diz respeito à estrutura intrínseca da Matemática e à metodologia que a caracteriza, procura-se desenvolver no aluno o gosto pela Matemática, nas suas diversas vertentes, como também se pretende desenvolver o carácter organizador e agregador de conhecimentos na sua expressão mais abstrata e a eficácia de que se revestem os instrumentos matemáticos quando aplicados ao estudo do mundo real.

A abordagem progressiva do ensino visando o desenvolvimento de competências pode ser uma grande oportunidade para a melhoria de uma educação sustentada, que oriente os jovens para um domínio proficiente das línguas, das ciências integradas, das tecnologias e para a construção de um perfil cosmopolita aberto ao mundo, capaz de interiorizar valores intrínsecos ao saber ser e estar, de responsabilização mútua, enquanto membros da continuidade, de preparação para a aprendizagem ao longo da vida, cultura de investigação, experimentação e inovação.

Em resumo, o propósito da disciplina de Matemática no ensino secundário é dotar os alunos não só de um conjunto de conhecimentos matemáticos, mas também das competências essenciais para enfrentar desafios complexos, aplicar a Matemática em diversas situações da vida real e desenvolver uma mentalidade analítica e crítica.

2.2 Finalidades

A disciplina de Matemática no 11.º ano de escolaridade visa proporcionar aos alunos um aprofundamento dos conceitos matemáticos adquiridos em anos anteriores, preparando-os para desafios mais complexos e aplicações práticas. Desta forma, as principais finalidades da disciplina incluem:

- **Desenvolvimento do Pensamento Lógico e Abstrato:** A Matemática estimula os alunos a pensar de forma lógica e a lidar com abstrações, o que é essencial para resolver problemas complexos em várias áreas da vida;
- **Aprendizagem de Conceitos Avançados:** No 11.º ano, os alunos continuam a aprofundar a sua compreensão de conceitos matemáticos fundamentais como Geometria e Funções;
- **Preparação para o Ensino Superior e/ou Profissional:** Muitos cursos universitários e profissões exigem um sólido conhecimento em Matemática. O ensino no 11.º ano visa preparar os alunos para enfrentarem desafios matemáticos mais avançados nas suas futuras carreiras académicas ou profissionais;
- **Aplicações Práticas e Quotidianas:** A Matemática é uma ferramenta essencial para compreender e resolver problemas do mundo real;
- **Desenvolvimento de Competências Digitais:** O uso de ferramentas computacionais e softwares matemáticos ajuda os alunos a desenvolver habilidades digitais importantes, permitindo-lhes manipular dados, criar gráficos e resolver problemas de forma mais eficaz;
- **Desenvolvimento do Raciocínio Matemático e Análise Crítica:** Envolve a capacidade de pensar logicamente, usar padrões, relações e conceitos matemáticos, para tirar conclusões baseadas em evidências, o que permite a resolução de problemas;
- **Desenvolvimento da Autonomia e Persistência:** Lidar com problemas matemáticos complexos requer perseverança e autodisciplina. Ao superar desafios matemáticos, os alunos desenvolvem a capacidade de persistir perante as dificuldades e de procurar soluções por conta própria;
- **Desenvolvimento da comunicação matemática:** A capacidade de expressar ideias, conceitos, raciocínios e soluções matemáticas de forma clara, concisa e coerente, seja através de palavras, símbolos, gráficos ou representações visuais.

2.3 Competências a desenvolver

A Educação desempenha um papel fundamental na formação dos alunos e deve prepará-los através da transmissão de conhecimentos, aptidões, valores e ideias que são essenciais para o seu desenvolvimento pessoal, académico e profissional.

No sentido de proporcionar o desenvolvimento integral e abrangente aos alunos, este documento evidencia a importância de a Matemática promover o desenvolvimento de capacidades e atitudes gerais que abrangem várias áreas de competências transversais e centrais enunciadas nos Perfis de Formação dos Alunos do Ensino Não Superior (PFA). Desta forma, de acordo com o documento Desenho Dos Perfis De Escolarização e Formação Dos Alunos Do Ensino Não Superior, destacam-se as áreas de competência que estão associadas mais diretamente à Matemática, nomeadamente: Raciocínio, Competências Digitais, Dados, Informação e Comunicação, Resolução de Problemas, Pensamento Crítico, Pensamento Criativo.

As capacidades a desenvolver pelos alunos devem estar alinhadas com os resultados do PISA 2022 (Programa Internacional de Avaliação de Alunos) divulgados pela OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico). Desta forma, para além das áreas de competência mencionadas anteriormente, os alunos devem ainda adquirir a capacidade de investigação e pesquisa e a aptidão de iniciativa, de persistência e de reflexão.

Assim, pretende-se que os alunos do 11.º ano resolvam desafios do quotidiano, recorrendo a ferramentas tecnológicas e a conceitos matemáticos que permitam resolver problemas, desenvolvendo o raciocínio lógico, o pensamento crítico, o pensamento criativo, bem como, o pensamento computacional.

O desenvolvimento do pensamento computacional tem-se mostrado muito relevante no âmbito da disciplina de Matemática, tendo ganhado bastante ênfase nos currículos internacionais. O pensamento computacional, pode ser entendido como uma capacidade matemática que permite a resolução de problemas através de várias etapas, de forma a diminuir o seu grau de complexidade dos desafios. Assim, na resolução de atividades associadas ao pensamento computacional estão integradas as seguintes práticas: a Abstração, a Decomposição, a Depuração, o Reconhecimento de Padrões e a Algoritmia. A abordagem de todas estas práticas é fundamental em Matemática, na medida em que capacitam os estudantes com ferramentas que lhes possibilitam a resolução de situações problemáticas, proporcionando-lhes uma aprendizagem mais prática e mais relevante.

Neste contexto, espera-se que os alunos do ensino secundário, em particular os alunos do 11.º ano, adquiram os conhecimentos e as capacidades matemáticas que lhes

permitam enfrentar os desafios provenientes do mundo real e permitam utilizar essas competências adquiridas para resolver problemas do cotidiano. Desta forma, pretende-se capacitar os discentes na construção de opiniões próprias, possibilitando que estes participem ativamente nas aulas, manifestando as suas ideias de forma individual ou através de trabalhos realizados em grupo.

As aptidões referidas anteriormente estão associadas a um conjunto coerente, interligado e interativo de conhecimentos, atitudes e capacidades, cujo desenvolvimento só é possível com os resultados alcançados através da autonomia dos alunos na realização das ações propostas.

2.4 Visão Geral dos Temas / Conteúdos

Os alunos de Matemática do 11.º ano devem adquirir conhecimentos e desenvolver capacidades e atitudes que lhes permitam adquirir aptidões direcionadas para o prosseguimento de estudos (ao nível do ensino secundário, do ensino profissional ou do ensino superior), ou para o desenvolvimento de uma atividade profissional em qualquer área de conhecimento.

A Matemática ao estar associada a todas as áreas do saber, desempenha um papel fundamental no ensino e na formação ao longo da vida. A Matemática deve acompanhar as transformações que vão ocorrendo na sociedade a nível social e profissional e deve adaptar-se às inovações científicas e tecnológicas do século XXI. As aprendizagens em Matemática devem centrar-se no que é efetivamente pertinente na atualidade, tendo em consideração as tendências internacionais.

Neste sentido, no 11.º ano os domínios de conteúdos são:

- **Geometria** (Trigonometria e Geometria Analítica no Plano e no Espaço);
- **Funções** (Sucessões, Funções Trigonométricas, Funções Reais de Variável Real, Limites de funções).

O domínio da Geometria será abordado de acordo com os conteúdos lecionados nos anos anteriores. Assim o estudo da Geometria recai sobre os temas da Trigonometria e da Geometria Analítica.

Na sequência dos conceitos aprendidos no 9.º ano, o estudo da Trigonometria, incide na definição do seno e do cosseno de qualquer ângulo convexo, com o intuito de estender essas noções a ângulos internos retos e obtusos, assim como aplicá-las à Lei dos Senos e à Lei do Cossenos, admitindo a resolução de triângulos. Neste sentido, propõe-se a utilização de uma calculadora científica que permita calcular os valores aproximados na resolução de triângulos. Os ângulos orientados e generalizados são abordados, bem como os conceitos relacionados com a rotação. As razões trigonométricas são definidas para os ângulos generalizados e apresenta-se a noção de

círculo trigonométrico. O radiano é definido como unidade de medida de amplitude, o que favorece a definição das funções reais de variável real, seno, cosseno e tangente bem como, o estudo das suas propriedades.

No que concerne ao tema de Geometria Analítica, apresenta-se a noção de produto escalar de vetores, com a demonstração das suas principais propriedades, tais como a simetria, bilinearidade e a respetiva associação com a perpendicularidade.

Relativamente ao domínio das Funções serão abordados os seguintes temas: Sucessões, Funções Trigonométricas, Funções Reais de Variável Real e Limites de funções.

Nas Sucessões será abordado o princípio de indução matemática, que é fundamental para a análise das propriedades das sucessões. São introduzidos os conceitos relacionados com as progressões aritméticas e com as progressões geométricas. É apresentada a noção de limite, bem como é desenvolvida a álgebra dos limites, envolvendo indeterminações, devendo os alunos identificar e justificar alguns dos resultados encontrados. Apresenta-se ainda a noção de convergência de algumas sucessões e as respetivas justificações, através da definição.

No tema das Funções Reais de Variável Real, recorre-se aos termos utilizados nas Sucessões, e ao contributo de Heine, para a definição de limite de uma função num determinado ponto do domínio e limites infinitos. A definição de limite segundo Heine permite estender a álgebra dos limites e os teoremas de convergência por comparação às funções reais de variável real. A noção de continuidade é introduzida, como aplicação da definição de limite, seguida do estudo das assíntotas para gráficos de funções racionais.

2.5 Indicações Metodológicas gerais

A Matemática é uma disciplina fundamental no 11.º ano de escolaridade, fornecendo aos alunos uma base sólida de conhecimento matemático e competências essenciais para os seus percursos académicos e profissionais.

Garantir um ambiente de aprendizagem enriquecedor é primordial para o processo educativo, incluindo metas ambiciosas, porém atingíveis, relacionando conceitos matemáticos com experiências do quotidiano e reforçando a relevância desta disciplina no futuro profissional dos alunos. Além disso, é fundamental utilizar estratégias pedagógicas variadas, como jogos, atividades práticas e projetos, que despertem o interesse e o envolvimento dos alunos.

No 11.º ano é essencial adotar um método de ensino em Matemática que promova o desenvolvimento do raciocínio lógico, a habilidade de solucionar problemas e a compreensão dos conceitos matemáticos.

Tendo em conta as particularidades das turmas e dos alunos, as escolas e os professores devem decidir quais as metodologias e recursos mais apropriados para atingir os objetivos delineados nos programas curriculares. A vasta experiência acumulada por escolas e professores é um elemento fundamental para o sucesso de qualquer projeto educativo. É importante ressaltar que o objetivo não é fragmentar ou diminuir a liberdade pedagógica, nem restringir a prática letiva. Pelo contrário, este programa reconhece e valoriza a autonomia das escolas e dos professores, pelo que não impõe metodologias específicas.

No entanto, sugerem-se as seguintes indicações metodológicas para tornar o ensino da Matemática mais eficiente e envolvente:

- **Contextualização:** Sempre que possível, o professor deve relacionar os conceitos matemáticos com situações da vida real ou com outras áreas do conhecimento, como Ciências, Economia, Engenharia, entre outras. Isso ajuda os alunos a perceberem a relevância da Matemática no dia a dia e facilita a compreensão dos conteúdos.
- **Aprendizagem ativa:** Promover a participação ativa dos alunos em sala de aula, incentivando-os a resolver problemas, fazer perguntas e discutir soluções. As atividades práticas e projetos podem ser ótimas ferramentas para envolver os alunos e mostrar como a Matemática é aplicada no mundo real.
- **Integração de tecnologia:** Utilizar recursos tecnológicos, como calculadoras gráficas, softwares de Matemática dinâmica (por exemplo, *Geogebra*) e aplicativos interativos. Essas ferramentas podem auxiliar na visualização de conceitos abstratos e tornar a aprendizagem mais interativa e envolvente (o uso de tecnologia encontra-se mais detalhado à frente neste documento curricular).
- **Abordagem interdisciplinar:** Procurar conectar a Matemática com outras disciplinas, como Física, Química, Biologia ou Economia e permitir que os alunos compreendam como diferentes áreas do conhecimento estão relacionadas e como a Matemática é uma ferramenta essencial em muitos campos.
- **Resolução de problemas:** Dedicar tempo para ensinar estratégias de resolução de problemas e incentivar os alunos a aplicá-las. Mostrar aos alunos como abordar problemas complexos, identificar informações relevantes, propor soluções e verificar suas respostas.
- **Diferenciação:** Reconhecer que os alunos têm ritmos e estilos de aprendizagem diferentes. Tentar adaptar suas abordagens para atender às necessidades individuais dos alunos. Oferecer apoio extra a quem precisa e desafios adicionais para quem está mais avançado.
- **Trabalho em grupo:** Estimular o trabalho em equipa, incentivando a colaboração entre os alunos. Atividades em grupo permitem que os alunos compartilhem

conhecimentos e habilidades, desenvolvam a capacidade de comunicar suas ideias matemáticas e aprendam a trabalhar em conjunto.

- **Feedback construtivo:** Fornecer feedback detalhado e construtivo sobre o desempenho dos alunos é fundamental para ajudá-los a entender seus erros e melhorar suas habilidades matemáticas.
- **Uso de diferentes representações:** Apresentar conceitos matemáticos em diferentes formas, como gráficos, tabelas, equações, desenhos e palavras. Essa variedade ajuda os alunos a compreender e conectar os diferentes aspetos de um conceito.
- **Diversificação de recursos:** Utilizar diferentes materiais e recursos de ensino, como livros didáticos, vídeos, jogos e materiais online. Isso pode atender às diversas necessidades de aprendizagem dos alunos.
- **Abordagem Exploratória:** A abordagem exploratória de ideias e conceitos matemáticos apresenta-se como determinante, o que pressupõe levar o aluno a participar ativamente num processo de construção e aprofundamento, motivado por questões desafiadoras de problemas e procura de justificações. No contexto do 11.º ano de Matemática, o ensino exploratório pode ser especialmente valioso para aprofundar a compreensão dos conceitos matemáticos e desenvolver habilidades de resolução de problemas. Neste contexto, o professor assume um papel fundamental na dinamização de tarefas que proporcionem ao aluno o ensino através da exploração. O docente deve ter o cuidado de seleccionar tarefas enriquecedoras do ponto de vista matemático que não sejam apenas a aplicação de conceitos, mas que possibilitem o treino de procedimentos.

Na realização de tarefas de ensino exploratório o professor deve numa primeira fase apresentar a tarefa aos alunos e dar-lhes um determinado tempo para trabalharem autonomamente, individualmente ou em grupo, não devendo direccionar ou orientar as suas resoluções. Contudo, o professor deve ir acompanhando os seus registos e verificar se as ideias dos alunos vão ao encontro dos objetivos que é esperado que estes atinjam na resolução das atividades. Após a exploração da tarefa por parte dos alunos é importante haver um período de discussão, onde os alunos devem ser incentivados a participar e a partilhar as suas ideias e o professor, sendo o moderador, deve direccionar as respostas dos alunos para os conceitos matemáticos trabalhados e para a sua aprendizagem. Por fim, cabe ao professor sintetizar os resultados apresentados articulando com as aprendizagens implícitas na realização deste tipo de tarefas.

O ensino exploratório é uma prática que deve ser aplicada sistematicamente para que os professores melhorem a sua forma de agir e os alunos se habituem a pensar

e a comunicar matematicamente. Assim, o ensino exploratório torna-se uma tarefa desafiadora quer para os alunos, quer para os professores (Canavarro, 2011).

2.6 Indicações gerais para a Avaliação das Aprendizagens

A avaliação representa um procedimento essencial no processo de aprendizagem, na medida em que fornece indicações sobre os saberes adquiridos pelos estudantes.

Tanto os conhecimentos a adquirir como as capacidades a desenvolver pelos alunos do ensino secundário, na disciplina de Matemática, têm como referência o programa da disciplina. É este documento que permitirá cumprir a função de regulação do percurso de aprendizagem que a avaliação do desempenho dos alunos deverá assumir.

Os resultados dos processos avaliativos, devem contribuir para a orientação científico-pedagógica do ensino, para que se possam superar, em tempo útil e de modo apropriado, dificuldades de aprendizagem identificadas e, simultaneamente, reforçar os progressos verificados. Todos estes propósitos devem ser concretizados recorrendo a uma avaliação diversificada e contínua, contribuindo para que os alunos adquiram uma maior consciência do seu nível de conhecimentos e valorizem a avaliação como um processo promotor de melhores desempenhos.

Para evitar surpresas ou ambiguidade, exige-se uma transparência do processo de avaliação, designadamente, através da clarificação e da explicitação das modalidades e dos critérios de avaliação preestabelecidos para o 11.º ano de escolaridade.

No processo de avaliação das aprendizagens dos alunos destacam-se a **avaliação formativa** e a **avaliação sumativa** para mensurar os conhecimentos e capacidades alcançadas por estes. Estes dois tipos de avaliação distinguem-se pela forma como ocorrem e pelos instrumentos que são utilizados.

- A **avaliação formativa** é conjunto de métodos de avaliação formais e informais que devem constar no processo de ensino e tem o objetivo de melhorar a compreensão e as competências do aluno, devendo o professor fornecer sempre um feedback (oral e escrito), positivo, direto e detalhado aos alunos, em relação ao seu desempenho e à sua aprendizagem. No sentido de orientar o aluno no progresso do seu conhecimento é essencial proporcionar ambientes onde errar seja visto como parte integrante do processo de aprendizagem. Os erros dos alunos devem ser vistos pelos professores de forma positiva e como indicadores de regulação do seu ensino, de forma a ajudar os estudantes a suprimirem as suas dificuldades.

Desta forma, a avaliação formativa pode ser entendida como a avaliação para as aprendizagens, na medida em que fornece indicações ao professor sobre as necessidades e o progresso dos alunos, podendo este tomar decisões e ajustar o seu método de ensino face aos resultados de cada estudante (Santos & Pinto, 2018).

No âmbito da realização de qualquer tarefa é importante os professores clarificarem os critérios de avaliação, o que permite aos alunos compreender o que devem melhorar ou desenvolver para alcançar os objetivos definidos. Por outro lado, o conhecimento dos métodos de avaliação contribui para os alunos desenvolverem a sua capacidade de autorregulação que é um princípio essencial na avaliação formativa.

A avaliação formativa desempenha assim um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem devendo ser aplicada sistematicamente no decorrer do ano letivo. No sentido de recolher informações sobre a aprendizagem dos alunos devem recorrer-se a “diferentes técnicas e instrumentos de avaliação, como avaliações escritas ou orais, observação diária, trabalhos individuais e em grupo, bem como atividades práticas” (Decreto-Lei n.º30/2022). Assim, a classificação resultante da avaliação interna, no final de cada período, guiada pelos critérios bem definidos de avaliação contínua, será influenciada pela avaliação formativa.

- A **avaliação sumativa** tem como objetivo avaliar, num determinado momento, a aprendizagem dos alunos e deve ocorrer no final de um período de ensino. A avaliação sumativa pode ocorrer através de testes, tarefas, questões-aula, relatórios, trabalhos de projeto, apresentações orais, de acordo com os conteúdos que o professor pretender avaliar, traduzindo as aprendizagens do aluno através de uma classificação. Assim o professor é o responsável na avaliação sumativa do aluno (Santos & Pinto, 2018). A avaliação sumativa, pode ser interna se for da “responsabilidade dos professores do Conselho de Turma, e dos órgãos de gestão e supervisão pedagógica das escolas” ou externa se for “concretizada na realização de provas e exames nacionais, da responsabilidade da Direção Nacional de Educação”. A avaliação sumativa concretiza-se na atribuição de classificação no final de cada trimestre e no final do ano letivo (Decreto-Lei n.º 30/2022).

De um modo geral, a avaliação em Matemática deve refletir, através da avaliação formativa e da avaliação sumativa, “um equilíbrio entre o raciocínio matemático, processos de resolução de problemas, conteúdo e contextos matemáticos” (PISA, 2022).

3 ROTEIROS DE APRENDIZAGEM

3.1 Natureza e Roteiros de Aprendizagens

Os roteiros de aprendizagem na disciplina de Matemática são baseados nos referenciais internacionais e têm o objetivo de detalhar a planificação dos conteúdos a serem abordados no 11.º ano, orientando desta forma o processo de ensino e aprendizagem.

Tendo em consideração os princípios orientadores definidos no ponto 2 deste documento curricular, apresentam-se no ponto 3.2, numa tabela organizada em cinco colunas, as áreas temáticas, os conteúdos e conceitos, os objetivos de aprendizagem, as sugestões metodológicas e os indicadores de avaliação das aprendizagens:

- **Áreas temáticas:** Identifica as áreas temáticas a abordar ao longo do ano de escolaridade;
- **Conteúdos e Conceitos:** Identifica os conteúdos e conceitos matemáticos a introduzir no 11.º ano de escolaridade, pressupondo que o que foi abordado nos anos anteriores necessita de ser retomado;
- **Objetivos de Aprendizagens:** Explicita as aprendizagens que o aluno deve adquirir para cada uma das áreas temáticas;
- **Sugestões Metodológicas:** Fornece indicações metodológicas que se consideram adequadas para o cumprimento dos objetivos de aprendizagens definidos;
- **Indicadores de Avaliação das Aprendizagens:** Fornece indicadores que permitem ao professor verificar o progresso dos alunos e também identificar as suas áreas de dificuldades.

Este documento curricular estabelece uma ligação entre os conteúdos e conceitos, abordados nos anos anteriores, bem como, define uma relação entre os conteúdos e conceitos do 11.º ano com os respetivos objetivos de aprendizagem, sugestões metodológicas e os indicadores de avaliação de aprendizagem. Desta forma realça-se a importância de se realizar uma abordagem vertical e horizontal.

De acordo com os conteúdos abordados nos 9.º e 10.º anos apresentam-se de seguida os temas a serem trabalhados na disciplina de Matemática no 11.º ano:

Temas
<p>Geometria</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trigonometria • Geometria analítica no plano e no espaço
<p>Funções</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sucessões de números reais • Limites de sucessões • Limites • Continuidade e assíntotas

Tendo em consideração os temas e os conteúdos apresentados para o 11.º ano, propõem-se os seguintes temas de aprendizagens para o 12.º ano:

Temas
<p>Estatística</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conceitos estatísticos, medidas e representações • Distribuições bidimensionais
<p>Cálculo Combinatório</p> <ul style="list-style-type: none"> • Arranjos e Permutações • Combinações • Triângulo de Pascal • Binómio de Newton
<p>Probabilidades</p> <ul style="list-style-type: none"> • Espaços de Probabilidades • Probabilidade Condicionada
<p>Funções</p> <ul style="list-style-type: none"> • Derivadas, estudo e representação gráfica de funções • Funções exponenciais e logarítmicas • Funções trigonométricas

3.2 Roteiro de Aprendizagem e Indicadores de Avaliação do Programa do 11.º ano

Áreas temáticas	Conteúdos e conceitos	Objetivos de aprendizagem (conhecimentos, procedimentos, atitudes)	Sugestões metodológicas	Indicadores de avaliação das aprendizagens
<p>GEOMETRIA (60 aulas)</p> <p>Trigonometria</p>	<p>Extensão da Trigonometria a ângulos retos e obtusos e resolução de triângulos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Extensão da definição das razões trigonométricas aos casos de ângulos retos e obtusos; - Lei dos senos e Lei dos cossenos; - Resolução de triângulos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Resolver problemas variados, ligados a situações concretas, que permitam recordar e aplicar métodos trigonométricos estudados no 9.º ano; - Definir as razões trigonométricas dos ângulos retos e obtusos e resolver triângulos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Proporcionar através da resolução de diversas tarefas, o reconhecimento dos conteúdos de trigonometria lecionados em anos anteriores; - Propor problemas variados, ligados a situações concretas, que permitam recordar e aplicar métodos trigonométricos (problemas ligados a sólidos, a moldes, à navegação, à topografia, históricos e outros) bem como sensibilizar para a importância da Trigonometria nas várias ciências. 	<p>No tema de Geometria sugere-se que o professor recorra a estratégias de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Avaliação formativa através de: <ul style="list-style-type: none"> - Fichas de avaliação diagnóstica; - Fichas de trabalho individuais e em grupo; - Questionamentos orais; - Intervenção e participação dos alunos em sala de aula, através de partilha de ideias, resultados e conclusões; - Exposição de dúvidas dos alunos; - Jogos.

	<p>Ângulos orientados, ângulos generalizados e rotações</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ângulos orientados; amplitudes de ângulos orientados e respectivas medidas; - Rotações; - Ângulos generalizados; medidas de amplitude de ângulos generalizados; - Ângulos generalizados e rotações. <p>Razões trigonométricas de ângulos generalizados</p> <ul style="list-style-type: none"> - Circunferência trigonométrica; - Generalização das definições das razões trigonométricas aos ângulos orientados e generalizados e às respectivas medidas de amplitude; - Radiano. Medidas de amplitude em radianos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Definir ângulos orientados e as respectivas medidas de amplitude; - Definir rotações segundo ângulos orientados; - Definir e reconhecer ângulos generalizados e rotações. - Definir e conhecer as razões trigonométricas dos ângulos generalizados; - Relacionar e aplicar na resolução de problemas as noções de ângulo orientado e a respetiva amplitude; e de ângulo generalizado e a respetiva amplitude; - Definir e reconhecer medidas de amplitudes em radianos; - Identificar e interpretar a circunferência trigonométrica; - Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas: Razões trigonométricas de ângulos generalizados no círculo trigonométrico e a noção de radiano; - Resolver problemas associados às razões trigonométricas de ângulos generalizados. 	<ul style="list-style-type: none"> - Promover o uso da tecnologia (por exemplo <i>Geogebra</i>) para a análise e compreensão de ângulos generalizados e rotações. - Estimular o recurso sistemático ao círculo trigonométrico, em casos simples; - Introduzir o conceito de radiano, relacionando-o com o grau, tendo em vista a sua futura utilização na representação gráfica de funções trigonométricas; - Propor a aplicação da equação reduzida da circunferência no círculo trigonométrico para deduzir a fórmula fundamental da Trigonometria; - Levar os alunos a compreender a diferença na representação gráfica de uma função trigonométrica quando se utilizam unidades diferentes (graus e radianos) e a perceber as vantagens da sua representação em radianos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Avaliação Sumativa através de: <ul style="list-style-type: none"> - Testes, Fichas de unidade, Questão -Aula; - Trabalhos de grupo/individual; - Apresentações orais; - Questionamentos orais; - Composições.
--	---	--	--	--

	<p>Funções trigonométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> - As funções reais de variável real seno, cosseno e tangente: domínios, contradomínios, periodicidade, paridade, zeros e extremos locais; - Fórmulas trigonométricas de “redução ao 1.º quadrante”: seno e cosseno de $x \pm \frac{\pi}{2}$ e de $x \pm \pi$, $x \in \mathbb{R}$; - Generalização da fórmula fundamental da Trigonometria; - Equações do tipo $\sin x = k$, $\cos x = k$ e $\operatorname{tg} x = k$; - Resolução de problemas envolvendo razões trigonométricas e a determinação de distâncias; - Resolução de problemas envolvendo funções trigonométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas de aplicação sobre as funções trigonométricas $\sin x$, $\cos x$ e $\tan x$; - Utilizar as fórmulas trigonométricas de “redução ao 1.º quadrante” e a fórmula fundamental da Trigonometria, fórmulas de duplicação e de bissecção, lei dos cossenos e lei dos senos, na resolução de problemas; - Resolver equações trigonométricas simples ($\sin x = k$, $\cos x = k$ e $\tan x$, num contexto de resolução de problemas. <p style="text-align: center;">VERSÃO</p> <ul style="list-style-type: none"> - Relacionar as funções trigonométricas com outras áreas; 	<ul style="list-style-type: none"> - Incentivar o uso do círculo trigonométrico e da tecnologia gráfica para explorar as funções trigonométricas $\sin(x)$, $\cos(x)$ e $\tan(x)$; - Propor o estudo de situações problemáticas, utilizando a calculadora gráfica e programas de geometria dinâmica, como o <i>Geogebra</i>, para analisar modelos com funções trigonométricas; - Recorrer ao uso da tecnologia para fazer verificações e resolver problemas numericamente, mas também para fazer investigações, descobertas, sustentar ou refutar conjecturas no estudo da geometria; - Enquadrar do ponto de vista da História da Matemática os conteúdos abordados que para o efeito se revelem particularmente adequados; - Promover a comunicação, utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar procedimentos, raciocínios e conclusões; <ul style="list-style-type: none"> - Promover a recolha de dados numa determinada área (como por exemplo 	
--	--	--	--	--

<p>Geometria Analítica Espaço</p>	<p>no Declive e inclinação de uma reta do plano</p> <ul style="list-style-type: none"> - Inclinação de uma reta do plano e relação com o respectivo declive. <p>Produto escalar de vetores</p> <ul style="list-style-type: none"> - Produto escalar de um par de vetores; - Ângulo formado por um par de vetores não nulos; relação com o produto escalar; - Perpendicularidade entre vetores e relação com o produto escalar; - Simetria e bilinearidade do produto escalar; - Cálculo do produto escalar de um par de vetores a partir das respectivas coordenadas; - Relação entre o declive de retas do plano perpendiculares; - Resolução de problemas envolvendo a noção de produto escalar. 	<ul style="list-style-type: none"> - Utilizar as funções trigonométricas para modelar situações do dia-a-dia. - Definir a inclinação de uma reta; - Reconhecer e aplicar na resolução de problemas a relação entre a inclinação e o declive de uma reta no plano; - Definir e conhecer propriedades do produto escalar de vetores; - Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas a noção de produto escalar; - Determinar equações de planos no espaço; 	<p>Biologia, Físico-química ou Música), através de sensores ou consultados na internet, para modelar situações reais usando as funções trigonométricas (Exemplos: a frequência cardíaca, a altura das marés, o movimento de um pêndulo, estudo das notas musicais).</p> <ul style="list-style-type: none"> - Estimular os alunos a utilizar o <i>Geogebra</i> para visualizar, explorar e estabelecer conjecturas, envolvendo por exemplo: <ul style="list-style-type: none"> - a relação entre a inclinação e o declive de uma reta; - a relação do ângulo de dois vetores e o sinal do produto escalar; - o ângulo de duas retas; - a posição relativa de retas. - Introduzir o conceito de produto escalar a partir da expressão do produto escalar nas coordenadas dos vetores em referencial ortonormado, no plano e no espaço. - Estabelecer conexões entre diversos temas matemáticos e de outras disciplinas, por exemplo explorar a ligação com o cálculo vetorial com a Física (caso os alunos tenham frequentado a disciplina de Física e Química); 	
--	--	--	--	--

	<p>Equações de planos no espaço</p> <ul style="list-style-type: none"> - Vetores normais a um plano; - Relação entre a posição relativa de dois planos e os respectivos vetores normais; - Paralelismo entre vetores e planos; - Equações cartesianas, vetoriais e sistemas de equações paramétricas de planos; - Resolução de problemas relativos à determinação de equações de retas do plano em situações envolvendo a noção de perpendicularidade; - Resolução de problemas envolvendo a determinação de equações de planos, em situações envolvendo a perpendicularidade; - Resolução de problemas envolvendo equações de planos e de retas no espaço. 	<ul style="list-style-type: none"> - Resolver problemas envolvendo retas no plano, e retas e planos no espaço, utilizando equações vetoriais de retas, equações cartesianas de planos e posição relativa de retas e planos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Ampliar o estudo do produto escalar de vetores para definir lugares geométricos no plano e no espaço e explorar a sua utilização na disciplina de Física. - Utilizar a lógica à medida que vai sendo precisa e em ligação com outros temas matemáticos promovendo uma abordagem integrada no tratamento de conteúdos pertencentes a outros domínios; - Enquadrar do ponto de vista da História da Matemática os conteúdos abordados que para o efeito se revelem particularmente adequados; - Propor a resolução de problemas, atividades de modelação e o desenvolvimento de projetos que mobilizem os conhecimentos adquiridos ou fomentem novas aprendizagens; - Comunicar, utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar procedimentos, raciocínios e conclusões. 	
--	---	--	---	--

<p>FUNÇÕES (60 aulas)</p> <p>Sucessões</p>	<p>Generalidades acerca de sucessões</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sucessões numéricas; sucessões monótonas, majoradas, minoradas e limitadas; - Resolução de problemas envolvendo o estudo de sucessões e suas propriedades - Definição de uma sucessão por recorrência; <p>Princípio de indução matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> - Princípio de indução matemática; - Demonstração de propriedades utilizando o princípio de indução matemática. <p>Progressões aritméticas e geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> - Progressões aritméticas e geométricas; termos gerais e somas de n termos consecutivos; - Resolução de problemas envolvendo progressões aritméticas e geométricas. <p>Limites de sucessões</p> <ul style="list-style-type: none"> - Limite de uma sucessão (casos de convergência e de limites infinitos); unicidade do limite; caso de sucessões que diferem num número finito de termos; - Convergência e limitação; - Operações com limites e situações indeterminadas; - Levantamento algébrico de indeterminações; 	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar e analisar regularidades em exemplos numéricos e pictóricos; - Resolver problemas envolvendo sucessões monótonas, sucessões limitadas, sucessões definidas por recorrência, progressões aritméticas e progressões geométricas (termo geral e soma de n termos consecutivos); - Interpretar de forma crítica, informação, modelos e processos. - Conhecer o conceito de limite de uma sucessão (casos de convergência e de limites infinitos); - Relacionar a convergência com a monotonia e a limitação 	<ul style="list-style-type: none"> - Incentivar o recurso à tecnologia para gerar sequências que representam sucessões, distinguindo ordem e termo, interpretando graficamente o comportamento de sucessões. - Promover a identificação e caracterização de progressões aritméticas e geométricas através de contextos da vida real (por exemplo, número de cadeiras numa fila de um anfiteatro, capital resultante da aplicação de juros simples e de juros compostos); - Recorrer a uma folha de cálculo para explorar aproximações da soma de todos os termos de progressões aritméticas e geométricas, em casos simples, evidenciando os exemplos em que a soma é um valor finito; - Discutir e estabelecer a elaboração de trabalhos de projetos, contemplando as diversas fases (formulação de um problema, planificação, realização de pesquisas, recolha de informações e dados, análise e interpretação de resultados e conclusões); 	<p>No tema de Funções sugere-se que o professor recorra a estratégias de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Avaliação formativa através de: <ul style="list-style-type: none"> - Fichas de avaliação diagnóstica; - Fichas de trabalho individuais e em grupo; - Questionamentos orais; - Intervenção e participação dos alunos em sala de aula, através de partilha de ideias, resultados e conclusões; - Exposição de dúvidas dos alunos; - Jogos. • Avaliação Sumativa através de: <ul style="list-style-type: none"> - Testes, Fichas de unidade, Questão -Aula;
---	---	--	---	--

<p>Funções Reais de Variável Real</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Limites de polinómios e de frações racionais; - Limites $\lim a^n$, $\lim \sqrt[n]{a}$ e $\lim n^p$ ($p \in \mathbb{Q}$); - Resolução de problemas envolvendo limites de sucessões. <p>Limites de funções de variável real</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pontos aderentes a um conjunto de números reais; - Limite de uma função num ponto aderente ao respetivo domínio; - Limites laterais; - Limites no infinito; - Operações com limites e casos indeterminados; produto de uma função limitada por uma função de limite nulo; - Limite de uma função composta; - Levantamento algébrico de indeterminações; - Resolução de problemas envolvendo o estudo dos zeros e do sinal de funções racionais dadas por expressões da forma $\frac{P(x)}{Q(x)}$, onde P e Q são polinómios; - Resolução de problemas envolvendo a noção de limite de uma função. 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconhecer as noções topológicas em \mathbb{R}; determinar domínios de funções reais de variável e real e proceder à sua caracterização topológica; - Definir limite de uma função num ponto e estudar as respetivas propriedades fundamentais; - Conhecer e aplicar o conceito de limite segundo Heine; - Determinar: limite de uma função num ponto aderente ao respetivo domínio; limites laterais; limites no infinito; - Operar com limites e casos indeterminados em funções; - Calcular limites recorrendo ao levantamento algébrico de indeterminações; 	<ul style="list-style-type: none"> - Apreciar o papel da matemática no desenvolvimento de outras ciências e o seu contributo para a compreensão e resolução dos problemas da humanidade através dos tempos; - Enquadrar do ponto de vista da História da Matemática os conteúdos abordados que para o efeito se revelem particularmente adequados. - Utilizar a lógica à medida que vai sendo precisa e em ligação com outros temas matemáticos promovendo uma abordagem integrada no tratamento de conteúdos pertencentes a outros domínios; - Enquadrar do ponto de vista da História da Matemática os conteúdos abordados que para o efeito se revelem particularmente adequados; - Apreciar o papel da matemática no desenvolvimento de outras ciências e o seu contributo para a compreensão e resolução dos problemas da humanidade através dos tempos; - Propor a resolução de problemas, atividades de modelação e o desenvolvimento de projetos que mobilizem os conhecimentos adquiridos ou fomentem novas 	<ul style="list-style-type: none"> - Tarefas de Modelação Matemática e de resolução de problemas. - Questionamentos orais; - Composições.
--	--	---	--	--

	<p>Continuidade de funções</p> <ul style="list-style-type: none"> - Função contínua num ponto e num subconjunto do respetivo domínio; - Continuidade da soma, diferença, produto, quociente e composição de funções contínuas; - Continuidade das funções polinomiais, racionais, trigonométricas, raízes e potências de expoente racional. <p>Assíntotas ao gráfico de uma função</p> <ul style="list-style-type: none"> - Assíntotas verticais, assíntotas horizontais, assíntotas oblíquas ao gráfico de uma função; - Resolução de problemas envolvendo assíntotas do gráfico de uma função. <p>Estudo de funções particulares</p> <ul style="list-style-type: none"> - Função racional; - Função raiz quadrada. 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconhecer e determinar a continuidade de uma função num ponto e num domínio; - Reconhecer e determinar as equações das assíntotas verticais e das assíntotas oblíquas; - Reconhecer, interpretar e representar graficamente funções racionais simples, incluindo, por exemplo a função do tipo $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$ - Determinar o domínio da função raiz quadrada; - Reconhecer, interpretar e representar graficamente a função raiz quadrada; - Reconhecer, interpretar e representar graficamente funções irracionais do tipo $f(x) = a\sqrt{x-b} + c$ e usá-las na resolução de problemas e em contextos de modelação. 	<p>aprendizagens em contextos matemáticos e de outras disciplinas, nomeadamente, a Física, a Biologia e a Economia.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Comunicar, utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar procedimentos, raciocínios e conclusões; - Promover a utilização da tecnologia para estudar as funções da família $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$ e da família $f(x) = a\sqrt{x-b} + c$; - Utilizar a tecnologia para fazer verificações e resolver problemas numericamente, mas também para fazer investigações, descobertas, sustentar ou refutar conjecturas. 	
--	--	---	--	--

4 RECURSOS EDUCATIVOS RECOMENDADOS

Esta secção apresenta sugestões de recursos educativos que podem ajudar professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem.

4.1 Uso de Tecnologias

O uso da tecnologia no ensino de Matemática tem se tornado cada vez mais prevalente nos sistemas educacionais em todo o mundo. Essa integração da tecnologia na sala de aula oferece inúmeros benefícios para alunos e professores. Ao alavancar ferramentas e recursos digitais, os educadores podem aprimorar a experiência de aprendizagem, promover o envolvimento do aluno e facilitar uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.

Uma das vantagens mais significativas do uso da tecnologia no ensino da Matemática é a sua capacidade de tornar os conceitos abstratos mais tangíveis e acessíveis aos alunos. Por exemplo, calculadoras gráficas e software interativo podem ajudar os alunos a visualizar equações e funções complexas, permitindo uma compreensão mais profunda do seu comportamento e propriedades.

Além disso, plataformas online e aplicativos móveis oferecem aos alunos a oportunidade de praticar e resolver problemas matemáticos de forma autónoma, fornecendo feedback imediato e experiências de aprendizagem personalizadas. Portanto, a integração da tecnologia no ensino da Matemática promove o envolvimento e a participação ativa dos alunos.

As plataformas que suportam a aprendizagem colaborativa também podem facilitar as interações ponto a ponto e atividades de resolução de problemas em grupo, permitindo que os alunos desenvolvam habilidades de comunicação e trabalho em equipa juntamente com a competência matemática.

Recomendam-se as seguintes ferramentas tecnológicas que podem ser utilizadas em sala de aula para tornar o ensino da Matemática ainda mais interessante.

4.1.1 Calculadoras Gráficas:

Tendo em consideração o referido nas Aprendizagens Essenciais (AE) das disciplinas da área da Matemática é recomendado que “(...) desde o início do ensino secundário a tecnologia deve ser usada de forma crítica e inteligente, contribuindo para o desenvolvimento de novas competências associadas à área da programação. A tecnologia é uma ferramenta cada vez mais presente na sociedade e no mercado de trabalho e, também, um recurso essencial no ensino, ajudando os alunos a perceber as ideias matemáticas, a raciocinar, a resolver problemas e a comunicar.” (Ministério de Educação de Portugal, 2018).

A utilização da calculadora gráfica é recomendada no 11.º ano especificamente para o estudo da Trigonometria e para a análise gráfica de Funções.

O desenvolvimento de recursos didáticos para facilitar o ensino da Matemática e outras disciplinas transversais permite contribuir assim de forma positiva para a aprendizagem dos alunos. O ideal é que o professor saiba como contextualizar as possibilidades da calculadora gráfica e associá-la aos conteúdos.

Nos últimos anos, houve um forte aumento no uso da tecnologia eletrónica, tanto no ensino de Matemática nas escolas quanto nas universidades. Os argumentos para isso geralmente concentram-se no potencial da tecnologia para melhorar o ensino e a aprendizagem da disciplina. A existência, a versatilidade e o poder da tecnologia torna possível e necessário reavaliar o que os estudantes devem aprender, bem como a melhor maneira de ensinar. O objetivo é melhorar a aprendizagem, ajudando os alunos a envolverem-se no ensino exploratório. Num mundo cada vez mais conectado, tanto as calculadoras quanto os computadores tornaram-se cada vez mais presentes nas salas de aula de muitos países. O uso da tecnologia na Matemática na escola também se relaciona com a natureza das sociedades modernas, nas quais o acesso à tecnologia é difundido. O raciocínio lógico, as possibilidades de desenvolvimento e os desafios no ambiente de trabalho expandiram-se com essas novas oportunidades.

As calculadoras gráficas podem ser uma ferramenta valiosa para o ensino da Matemática, mas é importante usá-las de forma eficaz. Os professores devem garantir que os alunos entendam como usar as calculadoras gráficas de forma correta e que elas sejam usadas para complementar a aprendizagem e não para substituí-la.

4.1.2 Folha de Cálculo:

As folhas de cálculo são ferramentas poderosas no ensino e aprendizagem da Matemática, especialmente em tópicos como Geometria e Funções, oferecendo uma série de benefícios que podem melhorar a compreensão dos conceitos matemáticos e tornar a aprendizagem mais envolvente e prática.

Geometria:

- Visualização: As folhas de cálculo permitem criar gráficos, figuras geométricas e representações visuais de conceitos geométricos;
- Exploração Interativa: Os alunos podem manipular parâmetros e valores para ver como as mudanças afetam as figuras geométricas;
- Cálculos Automatizados: As folhas de cálculo podem automatizar cálculos complexos relacionados à geometria, como áreas, volumes e comprimentos.

Funções:

- Gráficos Dinâmicos: As folhas de cálculo permitem criar gráficos de funções que podem ser ajustados com facilidade;
- Análise de Dados: Os alunos podem inserir conjuntos de dados e usar funções para analisar tendências;
- Modelagem Matemática: As folhas de cálculo permitem que os alunos criem modelos matemáticos simples para simular situações do mundo real, o que ajuda a conectar as funções com problemas práticos e contextualizados.

De um modo geral, as folhas de cálculo proporcionam uma abordagem prática e interativa para o ensino e aprendizagem de Matemática. Esta ferramenta permite que os alunos explorem conceitos de forma mais concreta, apliquem teorias matemáticas a situações reais e desenvolvam importantes habilidades de resolução de problemas e análise de dados. Além disso, o uso de tecnologia moderna como as folhas de cálculo pode tornar a aprendizagem mais atrativa e relevante para os estudantes, preparando-os melhor para enfrentar desafios matemáticos no mundo real.

4.1.3 Plataformas online:

Podem recorrer-se a algumas plataformas online para complementar o ensino da Matemática, tais como, Khan Academy, Wolfram Alpha e YouTube.

- **Khan Academy** (<https://www.khanacademy.org/>): A Khan Academy oferece uma ampla gama de recursos gratuitos para aprender Matemática, incluindo Geometria e Funções.

- **Wolfram Alpha** (<https://www.wolframalpha.com/>): Uma ferramenta poderosa para cálculos matemáticos e exploração de conceitos. Ele pode ser usado para verificar soluções, traçar gráficos de funções e muito mais.
- **YouTube**: Há muitos canais educativos no YouTube que cobrem tópicos de Matemática de maneira clara e acessível.

4.1.4 Aplicativos Dinâmicos/Interativos:

Os recursos dinâmicos e interativos são também valiosos na interpretação e visualização da aplicação dos conceitos matemáticos. No 11.º ano sugere-se a aplicação do Geogebra e Desmos.

- **Geogebra** (<https://www.geogebra.org/>) software livre e gratuito de Matemática dinâmica que pode ser usado para aprender e ensinar Matemática de forma interativa e visual. Além disso, podemos encontrar mais de 1 milhão de atividades gratuitas, simulações, exercícios, aulas e jogos para Matemática;
- **Desmos** (<https://www.desmos.com/>): Uma calculadora gráfica online interativa que é útil para visualizar Geometria e Funções. Ele também possui uma plataforma educacional com atividades matemáticas envolventes.

Apesar das inúmeras vantagens, incorporar a tecnologia na educação Matemática requer um planejamento e consideração cuidadosos. É essencial que os educadores estejam cientes das possíveis limitações e desafios associados ao uso da tecnologia em sala de aula. Isso inclui a disponibilidade e acessibilidade de recursos tecnológicos, a necessidade de formação de professores e desenvolvimento profissional e a garantia de acesso igualitário à tecnologia para todos os alunos. Além disso, os educadores devem avaliar continuamente a eficácia dessas ferramentas educacionais para garantir que apoiem os resultados de aprendizagem desejados e forneçam experiências de aprendizagem significativas. O uso de tecnologias no ensino de Matemática é fundamental para enriquecer e inovar o processo de ensino e aprendizagem da disciplina.

Em conclusão, o uso da tecnologia na educação Matemática oferece benefícios significativos em termos de promoção do envolvimento do aluno, aprimoramento da compreensão de conceitos matemáticos e fornecimento de experiências de aprendizagem personalizadas.

4.2 Jogos na aprendizagem de Matemática

Os jogos são uma excelente forma de tornar o ensino de Matemática mais lúdico e divertido, além de estimular a aprendizagem de forma natural.

Os jogos matemáticos favorecem o desenvolvimento de habilidades cognitivas, como raciocínio lógico, resolução de problemas, tomada de decisões e pensamento crítico. Nos jogos os alunos são desafiados a tomar decisões estratégicas, a procurar soluções e a trabalhar em equipa, o que estimula a criatividade e o trabalho colaborativo.

Através dos jogos, os alunos podem transformar a experiência de aprendizagem em algo prazeroso, eficaz e duradouro, preparando-os para enfrentar desafios matemáticos com confiança e sucesso.

Ao introduzir jogos no currículo de Matemática, os alunos são desafiados a aplicar os conhecimentos teóricos em situações práticas e concretas, estimulando a resolução de problemas de maneira ativa e criativa.

Os jogos também são eficazes na consolidação e revisão de conteúdos previamente ensinados, ajudando os alunos a internalizar os conceitos matemáticos de forma mais duradoura. A repetição prazerosa dos conceitos por meio de atividades lúdicas reforça a retenção do conhecimento.

Adicionalmente, ao aplicar os jogos de forma estruturada e alinhada aos objetivos de aprendizagem, os professores podem identificar as dificuldades específicas de cada aluno, permitindo a adoção de intervenções personalizadas para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem.

A seguir, apresentam-se algumas opções de plataformas gratuitas que possibilitam a criação de jogos educativos de maneira interativa e envolvente:

- **Quizizz:** (<https://quizizz.com/>) é uma plataforma gratuita que permite criar e compartilhar quizzes online. É fácil de usar e tem uma ampla gama de recursos, incluindo a capacidade de adicionar imagens, vídeos e áudio aos seus quizzes;
- **Kahoot!:** (<https://kahoot.it/>) é uma plataforma gratuita que permite criar e compartilhar quizzes online. É semelhante ao Quizizz, mas tem um design mais colorido e divertido;
- **Quizlet:** (<https://quizlet.com/>) é uma plataforma que permite criar jogos educativos para ajudar os alunos a rever e aprender conceitos.

A competição saudável que os jogos proporcionam pode ser um fator motivador adicional, que incentiva os alunos a dedicarem-se aos estudos e procurarem melhorar suas habilidades Matemáticas para alcançar bons resultados nos jogos.

É de salientar que os jogos devem ser adequados ao nível de complexidade do 11.º ano e relacionados com os temas em estudo.

4.3. Sugestões de recursos educacionais para professores

Nos links abaixo, sugerimos algumas plataformas digitais que podem servir de suporte aos professores no cumprimento do programa do 11.º ano. Essas ferramentas oferecem uma ampla gama de recursos, como livros técnicos, resumos de conteúdo, exercícios interativos, vídeo-aulas, materiais didáticos e ferramentas de avaliação, que podem enriquecer o processo de ensino e facilitar a compreensão dos conteúdos pelos alunos.

Exemplos de links para plataformas digitais que podem auxiliar professores no ensino de Matemática do 11.º ano:

- Uniarea - Apontamentos
Link - <https://uniarea.com>
- Xismat
Link - <https://www.xismat.net/11-ano/>
- Explicamat
Link - <https://www.explicamat.pt>
- Mentres Brilhantes
Link - <https://mentresbrilhantespt.weebly.com>
- Matemática_11
Link - <https://www.monicapintomatematica.com>

5 BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática* (115), 11-17.

Caraça, B. J. (1998). *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Gradiva.

Decreto-Lei n.º30/2022, de 12 de julho de 2022. Regulamenta o *Sistema Nacional de Avaliação das Aprendizagens do Ensino Secundário*. Boletim Oficial n.º 68 de 12 de julho de 2022. Disponível em

<https://kiosk.incv.cv/V/2022/7/12/1.1.68.4313/p1695>

Espadeiro, R. G. (2021). O Pensamento Computacional no currículo de Matemática. *Educação e Matemática*(162), 5-10.

Leite, P., Lago, C., & Júnior, A. (2022). *Ensino de história, tecnologias e metodologias ativas: novas experiências e saberes escolares (1st ed.)*. Editora do CCTA. Disponível em <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=77CD6FED6A8B108D7D4C10D2791C76AE>

Ministério da Educação de Cabo Verde. (2022). *Programa de Matemática A 10.º Ano de Escolaridade*.

Ministério da Educação de Cabo Verde. (2021). *Programa de Matemática 9.º Ano de Escolaridade*. Disponível em

https://minedu.gov.cv/media/manuais/2021/09/10/Programa_de_Matem%C3%A1tica_-_9%C2%BA_ano_Vers%C3%A3o_Experimental.pdf

Ministério da Educação de Cabo Verde. (2023). *Assistência Técnica para a elaboração e validação dos Programas, associados a disciplinas do 11.º ano de escolaridade do ensino secundário/Cabo Verde*.

Ministério da Educação de Cabo Verde. (2022). *Desenho dos perfis de escolarização e formação dos alunos do ensino não superior*.

Ministério da Educação de Cabo Verde. (2021). *Referencial para o Ensino Secundário Geral de Cabo Verde e Planos de Estudo*. Cidade da Praia, Santiago

Ministério da Educação de Cabo Verde. (2021). *Orientações Gerais e Estrutura para a Elaboração dos Programas das Disciplinas do Ensino Secundário*. Cidade da Praia - Santiago

NCTM. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. NCTM, National Council of Teachers of Mathematics. Disponível em <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=7ffd9121735d5a0d1a594af8102daf27>

PISA 2022: *Mathematics Framework*. (n.d). Disponível em <http://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html>

Pais, L. C. (2005). *Didática matemática: Uma análise da influência francesa* (2ed.). Auntêntica. Disponível em <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=48b1102648cd523fdd6f1b7ef7689bcf>

Ponte, J. P., & Canavarro, A. P. (1997). *Matemática e novas tecnologias*. Universidade Aberta. Portugal. Ministério da Educação. (2018). Metas Curriculares de Matemática A do Ensino Secundário: Cursos Científico-Humanísticos de Ciências e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas. Disponível em https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/ficheiros/programa_metas_curriculares_matematica_a_secundario.pdf

Portugal. Ministério da Educação. (2018). *Aprendizagens Essenciais do Ensino Secundário*. Disponível em <https://www.dge.mec.pt/aprendizagens-essenciais-ensino-secundario>

Rangel, E. M., Rangel, A. M. (2023). O lúdico no ensino de Matemática: uma revisão sobre o uso de jogos didáticos no processo de ensino-aprendizagem: The use of didactic games as a complementary method of the teaching-learning process. *Journal of Education Science and Health*, 3(1), 01-09. Disponível em <https://bio10publicacao.com.br/jesh/article/view/187/98>

Santos, L., & Pinto, J. (2018). Ensino de conteúdos escolares: A avaliação como fator estruturante. *O ensino na escola de hoje: teoria, investigação e aplicação*, 503-539. Disponível em <https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/28278/1/Ensino%20de%20conte%20C3%BAdos%20escolares.pdf>



Cântico da Liberdade

Canta, irmão
Canta, meu irmão
Que a liberdade é hino
E o homem a certeza.

Com dignidade, enterra a semente
No pó da ilha nua;
No despenhadeiro da vida
A esperança é do tamanho do mar
Que nos abraça,
Sentinela de mares e ventos
Perseverante
Entre estrelas e o Atlântico
Entoa o cântico da liberdade.

Canta, irmão
Canta, meu irmão
Que a liberdade é hino
E o homem a certeza!